

Министерство науки и высшего образования РФ
ФГБОУ ВО Уральский государственный лесотехнический университет
Социально-экономический институт
Кафедра экономики и экономической безопасности

Прядилина Н.К.

Методические указания
для практических работ по учебной дисциплине
"Проектный менеджмент"

(для студентов всех форм обучения
по направлению 27.04.02 «Управление качеством» направленность (профиль)
Системы управления качеством продукции»

Екатеринбург 2025

Практическая работа № 1: **Расчет критического пути сетевой модели (графа)**

Классическим методом, положившим начало теории расчета сетевых графиков, является табличный метод, или, как говорят, алгоритм расчета сетевого графика по таблице.

Для того чтобы составить план работы по осуществлению больших и сложных проектов, состоящих из тысячи отдельных исследований и операций, необходимо описать его с помощью некоторой математической модели. Таким средством описания проектов (комплексов) является **сетевая модель**.

Сетевая модель представляет собой план выполнения некоторого комплекса взаимосвязанных работ (операций), заданного в специфической форме сети, графическое изображение которой называется **сетевым графом**. Отличительной особенностью сетевой модели является четкое определение всех временных взаимосвязей предстоящих работ.

Главными элементами сетевой модели являются **события и работа**. Термин **работа** используется в СПУ в широком смысле. Во-первых, это **действительная работа** – протяженный во времени процесс, требующий затрат ресурсов (например, сборка изделия, испытание прибора и т.п.). Каждая действительная работа должна быть конкретной, четко описанной и иметь ответственного исполнителя.

Во-вторых, это **ожидание** – протяженный во времени процесс, не требующий затрат труда (например, процесс сушки после покраски, старения металла, твердения бетона и т.п.).

В-третьих, это **зависимость**, или **фиктивная работа** – логическая связь между двумя или несколькими работами (событиями), не требующими затрат труда, материальных ресурсов или времени. Она указывает, что возможность одной работы непосредственно зависит от результатов другой. Естественно, что продолжительность фиктивной работы принимается равной нулю.

Событие – это момент завершения какого-либо процесса, отражающий отдельный этап выполнения проекта. Событие может являться частным результатом отдельной работы или суммарным результатом нескольких работ. Событие может свершиться только тогда, когда закончатся все работы, ему предшествующие. Последующие работы могут начаться только тогда, когда событие свершится. Отсюда следует **двойственный характер события**: для всех непосредственно предшествующих ему работ оно является **конечным**, а для всех непосредственно следующих за ним – **начальным**. При этом предполагается, что событие не имеет продолжительности и свершается как бы мгновенно. Поэтому каждое событие, включаемое в сетевую модель, должно быть полно, точно и

всесторонне определено, его формулировка должна включать в себя результат всех непосредственно предшествующих ему работ.

Среди событий сетевой модели выделяют **исходное** и **завершающее** событие. Исходное событие не имеет предшествующих работ и событий, относящихся к представленному в модели комплексу работ. Завершающее событие не имеет последующих работ и событий.

События на сетевом графе изображаются кружками (вершинами графа), а работы – стрелками (ориентированными дугами), показывающими связь между работами.

Одно из важнейших понятий сетевого графика – понятие пути. **Путь** – любая последовательность работ, в которой конечное событие каждой работы совпадает с начальным событием следующей за ней работы. Среди различных путей сетевого графика наибольший интерес представляет **полный путь L** – любой путь, начало которого совпадает с исходным событием сети, а конец – с завершающим.

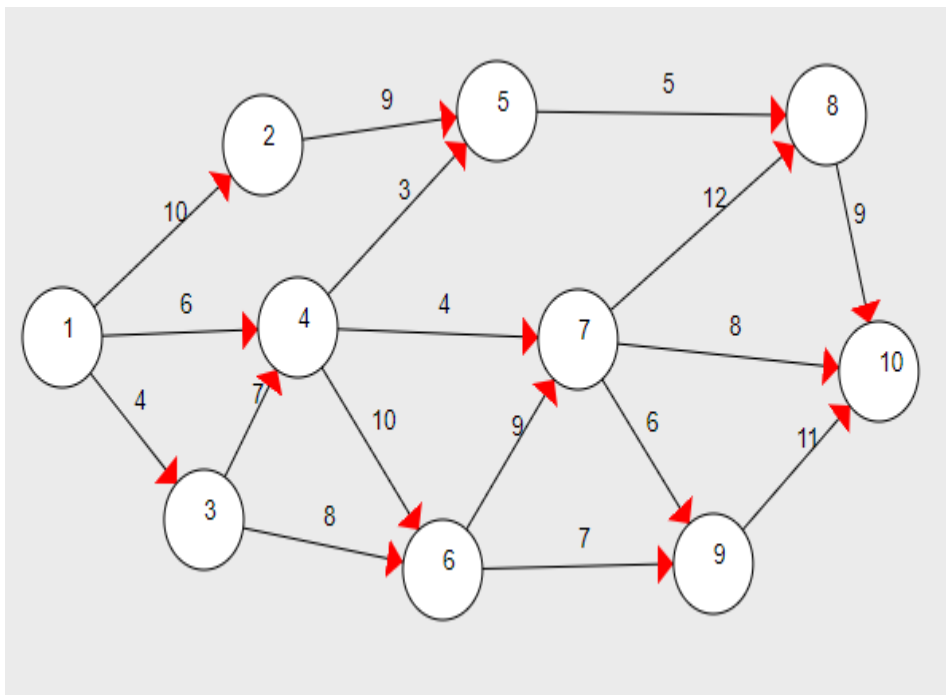
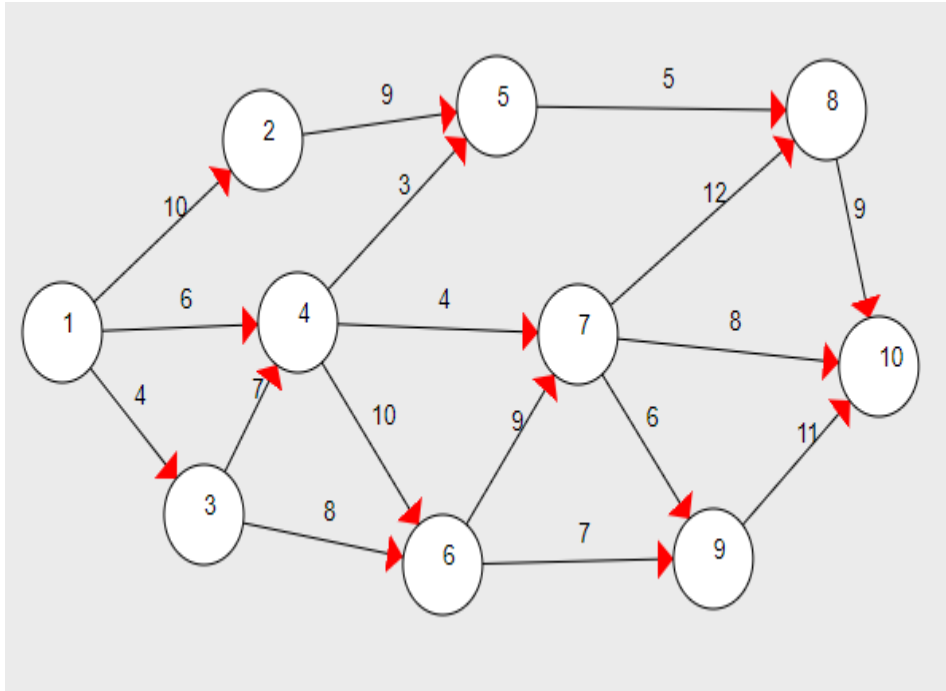
Наиболее продолжительный полный путь в сетевом графике называется **критическим**.

Критическими называются также работы и события, расположенные на этом пути.

Задание. По сетевой модели и таблицы продолжительности ее работ провести расчеты временных параметров событий и работ. В конце работы необходимо ответить на вопросы. **Данная практика выполняется в Excel (расчеты, выводы)**

Работа (i,j)	Продолжи- тельность t_{ij}
1,2	10
1,3	4
1,4	6
2,5	9
3,4	7
3,6	8
4,5	3
4,6	10
4,7	4
5,8	5
6,7	9
6,9	7
7,8	12
7,9	6
7,10	8
8,10	9
9,10	11

Граф и исходные данные размещаете (копируете) в Excel



Временными параметрами событий являются:

- ранний срок свершения событий;
- поздний срок свершения событий;
- резерв времени событий.

Ранний срок свершения события

Т.к. событие не может наступить прежде, чем свершиться все предшествующие работы, то **ранний (или ожидаемый) срок $t_p(j)$ свершения**

j-го события определяется продолжительностью максимального пути, предшествующего этому событию:

$$t_p(j) = \max_{V_j} \{ t_p(i) + t(i,j) \} \quad (1)$$

$t_p(j)$ - ранний срок свершения *j*-го события;

$t_p(i)$ – ранний срок свершения начального события работы (*i,j*);

$t(i,j)$ - длительность работы (*i,j*);

V_j – множество работ, заканчивающиеся *j*-событием.

Для начального события ранний срок свершения события равен нулю.

Определив ранний срок наступления завершающего события сети, мы тем самым определяем длину критического пути.

При определении ранних сроков свершения событий двигаемся по сетевому графу слева направо и используем формулу (1). Данную таблицу также можно скопировать в Excel, а затем подставить свои данные.

Соб. 1	$t_p(1)=0$
Соб. 2	Т.к. для события 2 существует только одна предшествующая работа, заканчивающаяся событием 2 – (1,2), то $t_p(2)=t_p(1)+t(1,2)=0+10=10$
Соб. 3	Т.к. для события 3 существует только одна предшествующая работа, заканчивающаяся событием 3 – (1,3), то $t_p(3)=t_p(1)+t(1,3)=0+4=4$
Соб. 4	Т.к. для события 4 существует две предшествующие работы, заканчивающиеся событием 4 – (1,4) и (3,4), то $t_p(4)=\max \{ t_p(1)+t(1,4); t_p(3)+t(3,4) \} = \max \{ 0+6; 4+7 \} = \max \{ 6; 11 \} = 11$
Соб. 5	Т.к. для события 5 существует две предшествующие работы, заканчивающиеся событием 5 – (2,5) и (4,5), то $t_p(5)=\max \{ t_p(2)+t(2,5); t_p(4)+t(4,5) \} = \max \{ 10+9; 6+3 \} = \max \{ 19; 9 \} = 19$
Соб. 6	$t_p(6)=\max \{ t_p(3)+t(3,6); t_p(4)+t(4,6) \} = \max \{ 8+4; 11+10 \} = \max \{ 12; 21 \} = 21$
Соб. 7	$t_p(7)=\max \{ t_p(4)+t(4,7); t_p(6)+t(6,7) \} = \max \{ 11+4; 21+9 \} = \max \{ 15; 30 \} = 30$
Соб. 8	$t_p(8)=\max \{ t_p(5)+t(5,8); t_p(7)+t(7,8) \} = \max \{ 19+5; 30+12 \} = \max \{ 24; 42 \} = 42$
Соб. 9	$t_p(9)=\max \{ t_p(6)+t(6,9); t_p(7)+t(7,9) \} = \max \{ 21+7; 30+6 \} = \max \{ 28; 36 \} = 36$
Соб. 10	$t_p(10)=\max \{ t_p(7)+t(7,10); t_p(8)+t(8,10); t_p(9)+t(9,10) \} = \max \{ 30+8; 42+9; 36+11 \} = \max \{ 39; 51; 47 \} = 51$

Длина (предположительная) критического пути равна раннему сроку свершения завершающего события 10.

$$t_{кр.п.} = t_p(10) = 51 \text{ (сутки).}$$

Поздний срок свершения события

Задержка свершения события по отношению к своему раннему сроку не отразится на сроке свершения завершающего события (а значит, и на сроке выполнения комплекса работ) до тех пор, пока сумма срока свершения этого события и продолжительности (длины) максимального из последующих за ним путей не превысит длины критического пути

Поэтому **поздний (или предельный) срок** $t_n(i)$ свершения i -го события находится по формуле:

$$t_n(i) = \min_{V_i} \{ t_n(j) - t(i,j) \} \quad (2)$$

$t_n(j)$ – поздний срок свершения конечного события работы (i,j) ;

$t(i,j)$ – длительность работы (i,j) ;

V_i – множество работ, начинающиеся i -событием.

При определении поздних сроков свершения событий двигаемся по графу в обратном направлении, т.е. справа налево и используем формулу (2).

Копируем и подставляем свои данные.

Соб. 10	Для завершающего события поздний срок свершения события должен равняться его раннему сроку (иначе изменится длина критического пути) $t_n(10)=51$
Соб. 9	Т.к. для события 9 существует только одна последующая работа, начинающаяся событием 9 – $(9,10)$, то $t_n(9)=t_n(10)-t(9,10)=51-11=40$
Соб. 8	Т.к. для события 8 существует только одна последующая работа, начинающаяся событием 8 – $(8,10)$, то $t_n(8)=t_n(10)-t(8,10)=51-9=42$
Соб. 7	Т.к. для события 7 существует три последующие работы, начинающиеся событием 7 – $(7,8)$, $(7,9)$ и $(7,10)$, то $t_n(7)=\min\{t_n(10)-t(7,10); t_n(9)-t(7,9); t_n(8)-t(7,8)\}=\min\{51-8; 40-6; 42-12\}=\min\{43; 34; 30\}=30$
Соб. 6	$t_n(6)=\min\{t_n(9)-t(6,9); t_n(7)-t(6,7)\}=\min\{40-7; 30-9\}=\min\{33; 21\}=21$
Соб. 5	$t_n(5)=t_n(8)-t(5,8)=42-5=37$
Соб. 4	$t_n(4)=\min\{t_n(7)-t(4,7); t_n(6)-t(4,6); t_n(5)-t(4,5)\}=\min\{30-4; 21-10; 37-3\}=\min\{26; 11; 34\}=11$
Соб. 3	$t_n(3)=\min\{t_n(6)-t(3,6); t_n(4)-t(3,4)\}=\min\{21-8; 11-7\}=\min\{13; 4\}=4$
Соб. 2	$t_n(2)=t_n(5)-t(2,5)=37-9=28$
Соб. 1	$t_n(1)=\min\{t_n(4)-t(1,4); t_n(3)-t(1,3); t_n(2)-t(1,2)\}=\min\{11-5; 4-4; 28-10\}=\min\{5; 0; 18\}=0$

Внимание! Поздний срок события 1 хотя бы по одной исходящей из него работе обязательно должен быть равен 0. Это говорит о том, что длина критического пути определена верно.

Резерв времени события

Резерв времени $R(i)$ i -го события определяется как разность между поздним и ранним сроками его свершения:

$$R(i) = t_n(i) - t_p(i), \quad (3)$$

Резерв времени события показывает, на какой допустимый период времени можно задержать наступление этого события, не вызывая при этом увеличения срока выполнения комплекса работ.

Критические события резервов времени не имеют, так как любая задержка в свершении события, лежащего на критическом пути, вызовет такую же задержку в свершении завершающего события.

Сведем полученные данные в табл.1 и по формуле (3) определим резерв времени каждого события.

Таблица 1

Расчет резерва событий

Номер события	Сроки свершения события, сутки		Резерв времени $R(i)$, сутки
	ранний $t_p(i)$	поздний $t_n(i)$	
1	0	0	0
2	10	28	18
3	4	4	0
4	11	11	0
5	19	37	18
6	21	21	0
7	30	30	0
8	42	42	0
9	36	40	4
10	51	51	0

Резерв времени, например, события 2 – $R(2)=18$ – означает, что время свершения события 2 может быть задержано на 18 суток без увеличения общего срока выполнения проекта. Анализируя данные таблицы, видно, что не имеют резервов времени события **1, 3, 4, 6, 7, 8, 10**. Эти события и образуют критический путь.

Кроме временных параметров событий нужно рассчитать и временные параметры работ сетевой модели проекта, а именно:

- Ранний срок начала работы
- Ранний срок окончания работы
- Поздний срок начала работы
- Поздний срок окончания работы
- Полный резерв времени работы
- Частный (свободный) резерв времени работы первого вида

Отдельная работа может начаться (и закончиться) в ранние, поздние или другие промежуточные сроки. При оптимизации графика возможно любое размещение работы в заданном интервале.

Ранний срок $t_{рн}(i,j)$ начала работы (i,j) совпадает с ранним сроком наступления начального (предшествующего) события i :

$$t_{рн}(i,j) = t_p(i), \quad (4)$$

Ранний срок $t_{ро}(i,j)$ окончания работы (i,j) определяется по формуле:

$$t_{ро}(i,j) = t_p(i) + t(i,j), \quad (5)$$

Ни одна работа не может закончиться позже допустимого позднего срока своего конечного события j . Поэтому **поздний срок $t_{но}(i,j)$ окончания работы (i,j) определяется соотношением:**

$$t_{но}(i,j) = t_n(j), \quad (6)$$

поздний срок $t_{пн}(i,j)$ начала работы (i,j) определяется соотношением:

$$t_{пн}(i,j) = t_n(j) - t(i,j), \quad (7)$$

Таким образом, в сетевой модели моменты начала и окончания работы тесно связаны с соседними событиями ограничениями.

Расчеты временных параметров работ, а также их резервы можно сразу провести в табл.2

Таблица 2

Расчет временных параметров сетевой модели

Работы ((i,j))	Продолжительность (i,j)	Раннее начало, $t_{рн}(i,j)$	Раннее окончание, $t_{ро}(i,j)$	Позднее начало, $t_{пн}(i,j)$	Позднее окончание, $t_{но}(i,j)$	Полный резерв времени, $R_n(i,j)$	Свободный резерв времени, $R_c(i,j)$
1	2	3	4	5	6	7	8
1,2	10	0	10	18	28	18	0
1,3	4	0	4	0	4	0	0
1,4	6	0	6	5	11	5	5
2,5	9	10	19	28	37	18	0

3,4	7	4	11	4	11	0	0
3,6	8	4	12	13	21	9	9
4,5	3	11	14	34	37	23	5
4,6	10	11	21	11	21	0	0
4,7	4	11	15	26	30	15	15
5,8	5	19	24	37	42	18	18
6,7	9	21	30	21	30	0	0
6,9	7	21	28	33	40	12	8
7,8	12	30	42	30	42	0	0
7,9	6	30	36	34	40	4	0
7,10	8	30	38	43	51	13	13
8,10	9	42	51	42	51	0	0
9,10	11	36	47	40	51	4	4

Порядок расчета табл.2

Графы 1 и 2 – это исходные данные.

Графу 3 (раннее начало) заполняем, используя данные табл.1. Раннее начало работы совпадает с ранним сроком события, с которого начинается работа (i). Первые три работы начинаются с события 1. Ранний срок события 1 равен 0 (см. табл.1). Далее, работа 2,5 начинается с события 2, ранний срок которого равен 10. Раннее начало работ 3,4 и 3,6 будет равно раннему сроку события 3 (4) и т.д.

Затем заполняем графу 6 (позднее окончание), также используя данные табл.1. Позднее окончание работы совпадает с поздним сроком события (j), в котором она заканчивается. Так работа 1,2 заканчивается событием 2 (см. табл.1), поздний которого равен 28. Работа 1,3 заканчивается событием 3, поздний срок которого равен 4, и т.д.

Графа 4 рассчитывается как сумма графы 2 и графы 3 (это совпадает с формулой 5).

Графа 5 рассчитывается как разность графы 6 и графы 2 (совпадает с формулой 7).

Полный резерв времени работы можно найти двумя способами:

$$R_{п} = t_{по}(i,j) - t_{ро}(i,j) \text{ или } R_{п} = t_{пн}(i,j) - t_{рн}(i,j), \quad (8)$$

Оба расчета должны совпадать (это как проверка на правильность расчета).

Свободный резерв времени работы рассчитывается по формуле

$$R_c(i,j) = R_{п}(i,j) - R(j) \quad (9)$$

Это гр.8. Опять же используем данные табл.2 и табл.1.

Работа 1,2 имеет полный резерв, равный 18. А событие 2, которым заканчивается эта работа, имеет резерв, равный 18 (см. табл.1). Следовательно, $R_c(1,2) = 18 - 18 = 0$.

Работа 1,3 имеет полный резерв, равный 0. А событие 3 имеет резерв, равный 0 (см. табл.1). Следовательно, $R_c(1,3) = 0 - 0 = 0$.

Работа 3,6 имеет полный резерв, равный 9. Событие 6 имеет резерв = 0. Следовательно, $R_c(3,6) = 9 - 0 = 9$. И т.д.

Вывод. Работы, имеющие $R_p = 0$, лежат на критическом пути (выделено желтым цветом).

Критический путь: $t_{кр} = (1,3) - (3,4) - (4,6) - (6,7) - (7,8) - (8,10)$, т.е. каждая последующая работа выходит из конца предыдущей.

Практическая работа № 2:

Метод PERT

Метод PERT (Program Evaluation and Review Technique - метод оценки и обзора программы) используется для контроля сроков выполнения проекта. Метод PERT ориентирован на анализ таких проектов, для которых продолжительность выполнения всех или некоторых работ не удастся определить точно. Прежде всего, речь идет о проектировании и внедрении новых систем. В таких проектах многие работы не имеют аналогов. В результате возникает неопределенность в сроках выполнения проекта в целом.

Применение метода PERT позволяет получить ответы на следующие вопросы:

1. Чему равно ожидаемое время выполнения работы?
2. Чему равно ожидаемое время выполнения проекта?
3. С какой вероятностью проект может быть выполнен за указанное время?

Для того чтобы использовать метод PERT, для каждой работы i,j время выполнения которой является случайной величиной, необходимо определить следующие три оценки:

$t_{\text{опт}}$ - оптимистическое время (время выполнения работы i,j в наиболее благоприятных условиях);

$t_{\text{вер}}$ - наиболее вероятное (нормальное) время (время выполнения работы i,j в нормальных условиях);

$t_{\text{пес}}$ - пессимистическое время (время выполнения работы i,j в неблагоприятных условиях).

Учитывая, что время выполнения работы хорошо описывается бета-распределением, среднее, или ожидаемое, время $t_{\text{ож}}$ выполнения работы i,j может быть, оценено по формуле

$$t_{\text{ож}} = (t_{\text{опт}} + 4 * t_{\text{вер}} + t_{\text{пес}}) / 6 \quad (1)$$

Располагая указанными тремя оценками времени выполнения работы, можно рассчитать стандартное отклонение для операции:

$$\sigma_t^2 = ((t_{\text{пес}} - t_{\text{опт}}) / 6)^2 \quad (2)$$

Стандартное отклонение для проекта определяется по формуле 3.

$$\sigma_T = \sqrt{\sum \sigma_t^2} \quad (3)$$

Сумма σ_t^2 включает в себя только те операции, которые лежат на критическом пути.

Средняя продолжительность проекта ($T_{ож}$) - это сумма всех средних показателей времени, отведенных на выполнение операций по критическому пути, и она следует *нормальному распределению*.

Зная среднюю продолжительность проекта и дисперсии (среднего отклонения) операций, можно с помощью статистических таблиц рассчитать выполнение проекта (или сегмента проекта) к конкретному времени.

Уравнение 4 используется для расчета величины Z, приводимой в статистических таблицах нормального распределения (приложение 1). Z – это количество стандартных отклонений от средней величины.

$$Z = [T_{уст} - (T_{ож})] / \sigma_T \quad (4)$$

Для определения критического пути проекта может быть использован метод **СРМ** (метод критического пути). На этом этапе анализа проекта время выполнения работы полагается равным ожидаемому времени $t_{ож}$.

Пример расчета

Некая фирма разработала новый уникальный продукт, не имеющий аналогов. Есть предположения о времени выполнения операций (работ) по производству данного продукта (табл.1).

Таблица 1

Предшествующее событие	Код операции	$t_{опт}$	$t_{вер}$	$t_{пес}$
-	1,2	3	5	10
1	2,3	4	6	7
1	2,4	2	4	5
2	3,5	1	2	2
2	3,7	2	4	6
2	4,8	1	3	6
3	5,6	3	6	9
5	6,7	1	2	3
5	6,9	1	2	4
3,6	7,10	3	8	11
4	8,9	2	5	9
6,8	9,10	4	6	8

Построить сетевую модель и определить:

- 1.Критический путь проекта и его продолжительность ($T_{ож}$)
- 2.Вероятность выполнения проекта за 31 неделю.

3.Время выполнения проекта с заданной надежностью (вероятностью) 95,91%.

Найдем ожидаемые продолжительности каждой операции по формуле 1.

$$t_{ож}(1,2) = (3+4*5+10)/6 = 5,5$$

(округлять до десятых, т.е. до одного числа после запятой по правилу округления. Это надо выполнять четко. Если сомневаетесь, выполните расчеты в Excel. Там округление идет правильное)

$$t_{ож}(2,3) = (4+4*6+7)/6 = 5,8 \text{ и т.д.}$$

В результате получим ожидаемые продолжительности операций (табл.2).

Таблица 2

Предшествующее событие	Код операции	$t_{опт}$	$t_{вер}$	$t_{пес}$	$t_{ож}$	σ^2
-	1,2	3	5	10	5,5	1,36
1	2,3	4	6	7	5,8	0,25
1	2,4	2	4	5	3,8	0,25
2	3,5	1	2	2	1,8	0,03
2	3,7	2	4	6	4,0	0,44
2	4,8	1	3	6	3,2	0,69
3	5,6	3	6	9	6,0	1,00
5	6,7	1	2	3	2,0	0,11
5	6,9	1	2	4	2,2	0,25
3,6	7,10	3	8	11	7,7	1,78
4	8,9	2	5	9	5,2	1,36
6,8	9,10	4	6	8	6,0	0,44

Расчеты проводить до такой же размерности, как указано в примере, т.е. $t_{ож}$ до десятых, а σ^2 – до сотых

Далее определим квадрат дисперсии каждой операции. Результаты поместим в ту же табл.2.

$$\sigma^2(1,2) = [(10 - 3)/6]^2 = 1,36$$

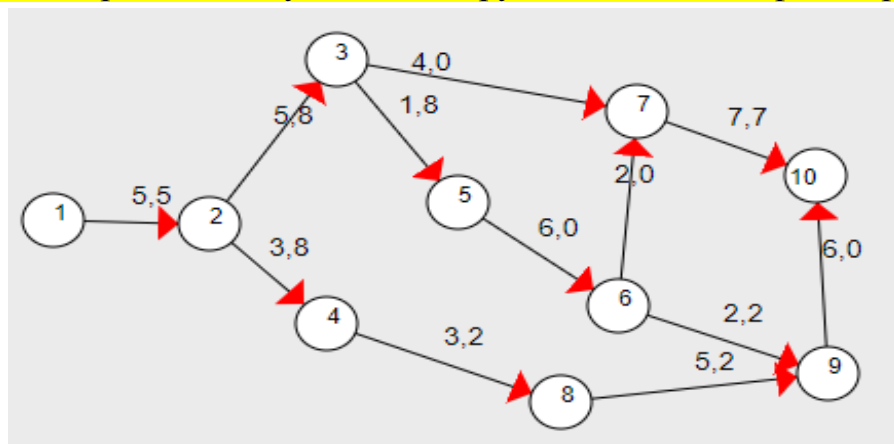
(округляем четко до второго знака после запятой. Это очень важно для последующих расчетов).

$$\sigma^2(2,3) = [(7 - 4)/6]^2 = 0,25 \text{ и т.д.}$$

Зная ожидаемые продолжительности операций, построим сетевую модель.

Строить надо, начиная с события 1 и заканчивая событием 10 (код последней операции заканчивается числом 10). Дуги между событиями представляют собой ожидаемые операции, время которых мы вычислили. В какой последовательности совершаются операции (от какого события к какому) видно из перечисленных предшествующих событий.

Вы можете нарисовать эту модель от руки и поместить фото в работу.



Далее проводим расчеты для определения продолжительности критического пути (порядок расчета уже был приведен приведён в задании расчета критического пути – предыдущая расчетная работа – работа №1).

Соб. 1 $t_p(1)=0$

Соб. 2 $t_p(2)=t_p(1)+t(1,2)=0+5,5=5,5$

Соб. 3 $t_p(3)=t_p(2)+t(2,3)=5,5+5,8=11,3$

Соб. 4 $t_p(4)=t_p(2)+t(2,4)=5,5+3,8=9,3$

Соб. 5 $t_p(5)=t_p(3)+t(3,5)=11,3+1,8=13,1$

Соб. 6 $t_p(6)=t_p(5)+t(5,6)=13,1+6,0=19,1$

Соб. 7 $t_p(7)=\max \{t_p(3)+t(3,7); t_p(6)+t(6,7)\} = \max \{11,3+4,0; 19,1+2,0\} = \max \{15,3; 21,1\} = 21,1$

Соб. 8 $t_p(8)=t_p(4)+t(4,8)=9,3+3,2=12,5$

Соб. 9 $t_p(9)=\max \{t_p(6)+t(6,9); t_p(8)+t(8,9)\} = \max \{19,1+2,2; 12,5+5,2\} = \max \{21,3; 17,7\} = 21,3$

Соб.

$$10 \quad t_p(10) = \max \{t_p(7) + t(7,10); t_p(9) + t(9,10)\} = \max \{21,1 + 7,7; 21,3 + 6,0\} = \max \{28,8; 27,3\} = 28,8.$$

Далее определяются поздние сроки события, для определения длины критического пути.

$$\text{Соб. } 10 \quad t_p(10) = 28,8$$

$$\text{Соб. } 9 \quad t_p(9) = t_p(10) - t(9,10) = 28,8 - 6 = 22,8$$

$$\text{Соб. } 8 \quad t_p(8) = t_p(9) - t(9,8) = 22,8 - 5,2 = 17,6$$

$$\text{Соб. } 7 \quad t_p(7) = t_p(10) - t(10,7) = 28,8 - 7,7 = 21,1$$

$$\begin{aligned} \text{Соб. } 6 \quad t_p(6) &= t_p(9) - t(9,6) = 22,8 - 2,2 = 20,6 \\ t_p(6) &= t_p(7) - t(7,6) = 21,1 - 2,2 = \mathbf{19,1 \text{ min}} \end{aligned}$$

$$\text{Соб. } 5 \quad t_p(5) = t_p(6) - t(6,5) = 19,1 - 6,0 = 13,1$$

$$\text{Соб. } 4 \quad t_p(4) = t_p(8) - t(8,4) = 17,6 - 3,2 = 14,4$$

$$\begin{aligned} \text{Соб. } 3 \quad t_p(3) &= t_p(7) - t(7,3) = 21,1 - 4 = 17,1 \\ t_p(5) &= t_p(5) - t(5,3) = 13,1 - 1,8 = \mathbf{11,3 \text{ min}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Соб. } 2 \quad t_p(2) &= t_p(3) - t(3,2) = 11,3 - 5,8 = 5,5 \text{ min} \\ t_p(2) &= t_p(4) - t(4,2) = 14,4 - 3,8 = 10,6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Соб. } 1 \quad t_p(1) &= t_p(2) - t(2,1) = 5,5 - 5,5 = 0 \end{aligned}$$

1) Следовательно, ожидаемая продолжительность критического пути проекта $T_{\text{ож}}$ равна 28,8 неделям.

Далее определяем поздние сроки свершения событий и резервы времени. Полученные данные заносим в табл.3.

Таблица 3

Номер события	Сроки свершения события, сутки		Резерв времени $R(i)$, сутки
	ранний $t_p(i)$	поздний $t_n(i)$	
1	0	0	0
2	5,5	5,5	0
3	11,3	11,3	0
4	9,3	14,4	5,1
5	13,1	13,1	0
6	19,1	19,1	0
7	21,1	21,1	0
8	12,5	17,6	5,1
9	21,3	22,8	1,5
10	28,8	28,8	0

Как видим, график выполнения операций довольно напряженный. Резерв времени имеют только 3 события – 4,8 и 9. Критический путь проходит через события 1,2,3,5,6,7 и 10.

Однако резервы времени могут обнаружиться по операциям. К тому же нам надо определить сами операции, которые проходят по критическому пути.

Для этого надо определить ранние и поздние сроки начала и окончания операций. Полученные результаты занести в табл.4

Таблица 4

Операция	$t_{ож}$	Сроки начала и окончания работы				Резерв времени $R_{п}(i,j)$
		$t_{рн}$	$t_{ро}$	$t_{пн}$	$t_{по}$	
1,2	5,5	0	5,5	0	5,5	0
2,3	5,8	5,5	11,3	5,5	11,3	0
2,4	3,8	5,5	9,3	10,6	14,4	5,1
3,5	1,8	11,3	13,1	11,3	13,1	0
3,7	4,0	11,3	15,3	17,1	21,1	5,8
4,8	3,2	9,3	12,5	14,4	17,6	5,1
5,6	6,0	13,1	19,1	13,1	19,1	0
6,7	2,0	19,1	21,1	19,1	21,1	0
6,9	2,2	19,1	21,3	20,6	22,8	1,5
7,10	7,7	21,1	28,8	21,1	28,8	0
8,9	5,2	12,5	17,7	17,6	22,8	5,1
9,10	6,0	21,3	27,3	22,8	28,8	1,5

Порядок расчета табл.4

Графа 1– это исходные данные.

Графа2– данные $t_{ож}$ из табл.2.

Графу 3 (раннее начало) заполняем, используя данные табл.3. Раннее начало работы совпадает с ранним сроком события, с которого начинается работа (i).

Затем заполняем графу 6 (позднее окончание), также используя данные табл.3. Позднее окончание работы совпадает с поздним сроком события (j), в котором она заканчивается.

Графа 4 рассчитывается как сумма графы 2 и графы 3.

Графа 5 рассчитывается как разность графы 6 и графы 2.

Полный резерв времени работы можно найти двумя способами:

$$R_{п} = t_{по}(i,j) - t_{ро}(i,j) \text{ или } R_{п} = t_{пн}(i,j) - t_{рн}(i,j),$$

Оба расчета должны совпадать (это как проверка на правильность расчета).

Операции 1-2, 2-3, 3-5, 5-6, 6-7 и 7-10 лежат на критическом пути и именно от них зависит вероятность выполнения установленного (директивного) срока выполнения проекта.

2) Из табл. 2 собираем и суммируем дисперсии критических операций.

Сумма этих дисперсий будет составлять дисперсию времени всего проекта

$$\sigma^2(T) = 1,36 + 0,25 + 0,03 + 1,00 + 0,11 + 1,78 = 4,53$$

Из полученной суммы извлекаем квадратный корень (формула 2)

$$\sigma_T = \sqrt{4,53} = 2,13$$

Далее находим Z по формуле 4, зная, что установленное время равно 31 неделям.

$$Z = (T_{уст} - T) / \sigma_T = (31 - 28,8) / 2,13 = 1,03$$

По таблице нормального стандартного распределения находим число на пересечении строки со значением 1,0 (в левом крайнем столбце) и 0,03 (столбец с этим значением) находим число 0,8485. Т.е. с вероятностью 84,85% проект может быть выполнен в установленный срок (31 неделя).

3) За какой срок может быть выполнен данный проект, если требуется надежность (вероятность) 95,91% (по заданию п.3)?

Обратимся к той же таблице. Находим это значение (0,9591) на пересечении строки 1,7 и столбца 0,04.

Следовательно, $Z_{тр} = 1,74$.

Так как продолжительность критического пути остается неизменной и $\sigma_T = 2,13$, определяем требуемую продолжительность проекта по следующей формуле (выведенной из формулы 4)

$$T_{тр} = T_{ож} + \sigma_T * Z_{тр} \quad (5)$$

$$T_{тр} = 28,8 + 2,13 * 1,74 = 28,8 + 3,7 = 32,5 \text{ недели}$$